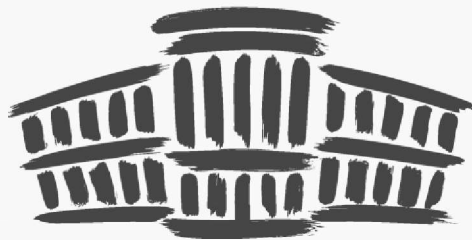


СУБОТИЦА
SZABADKA
SUBOTICA
SUBOTICA
2023



12. МЕЂУНАРОДНА МЕТОДИЧКА КОНФЕРЕНЦИЈА

НАУКА И КОМУНИКАЦИЈА

12. NEMZETKÖZI MÓDSZERTANI KONFERENCIA

TUDOMÁNY ÉS KOMMUNIKÁCIÓ

12. MEĐUNARODNA METODIČKA KONFERENCIJA

ZNANOST I KOMUNIKACIJA

12TH INTERNATIONAL METHODOLOGICAL CONFERENCE

SCIENCE AND COMMUNICATION



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ УЧИТЕЉСКИ ФАКУЛТЕТ НА МАЂАРСКОМ НАСТАВНОМ ЈЕЗИКУ У СУБОТИЦИ
ÚJVIDÉKI EGYETEM MAGYAR TANNYELVŰ TANÍTÓKÉPZŐ KAR, SZABADKA
SVEUČILIŠTE U NOVOM SADU UČITELJSKI FAKULTET NA MAĐARSKOM NASTAVNOM JEZIKU U SUBOTICI
UNIVERSITY OF NOVI SAD HUNGARIAN LANGUAGE TEACHER TRAINING FACULTY, SUBOTICA



12. Међународна методичка конференција

Наука и комуникација

Зборник радова

Датум одржавања: 9–10. новембар 2023.

Место: Учитељски факултет на мађарском наставном језику,
Суботица, ул. Штросмајерова 11., Република Србија.

12. Nemzetközi módszertani konferencia

Tudomány és kommunikáció

Tanulmánygyűjtemény

A konferencia időpontja: 2023. november 9–10.

Helyszíne: Újvidéki Egyetem Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar,
Szabadka, Strossmayer utca 11., Szerb Köztársaság.

12. Међународна методичка конференција

Znanost i komunikacija

Zbornik radova

Datum održavanja: 9–10. novembar 2023.

Mesto: Učiteljski fakultet na mađarskom nastavnom jeziku,
Subotica, ul. Štrosmajerova 11., Republika Srbija.

12th International Methodological Conference

Science and Communication

Papers of Studies

Date: November 9–10, 2023

Address: Hungarian Language Teacher Training Faculty, University of Novi Sad,
Subotica, Strossmayer str. 11, Republic of Serbia

Суботица – Szabadka – Subotica – Subotica
2024

Издавач

Универзитет у Новом Саду
Учитељски факултет на мађарском наставном језику
Суботица

Kiadó

Újvidéki Egyetem
Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar
Szabadka

Izdavač

Sveučilište u Novom Sadu
Učiteljski fakultet na mađarskom nastavnom jeziku
Subotica

Publisher

University of Novi Sad
Hungarian Language Teacher Training Faculty
Subotica

Одговорни уредник / Felelős szerkesztő /
Odgovorni urednik / Editor-in-chief
Valéria Pintér Krekić

Уредници / Szerkesztők / Urednici / Editors
Márta Törteli Telek
Éva Vukov Raffai
Viktória Toma Zakinszki

Технички уредник / Tördelőszerkesztő /
Tehnički urednik / Layout editor
Zsolt Vinkler
Attila Vinkó

+381 (24) 624 444
magister.uns.ac.rs/conf
method.conf@magister.uns.ac.rs

ISBN 978-86-81960-22-6

Суботица – Szabadka – Subotica – Subotica
2024

Председавајући конференције / A konferencia elnöke / Predsjedatelj konferencije /
Conference Chairman

Josip Ivanović, Valéria Pintér Krekić

Организациони одбор / Szervezőbizottság /
Organizacijski odbor / Organizing Committee

Председници / Elnökök / Predsjednici / Chairperson

Fehér Viktor

University of Novi Sad, Serbia
(International Scientific Conference)

Laura Kalmár

University of Novi Sad, Serbia
(International Scientific Conference)

Cintia Juhász Kovács

University of Novi Sad, Serbia
(ICT in Education Conference)

Zsolt Námesztovszki

University of Novi Sad, Serbia
(ICT in Education Conference)

Judit Raffai

University of Novi Sad, Serbia
(International Scientific Conference)

Márta Törteli Telek

University of Novi Sad, Serbia
(International Methodological Conference)

Éva Vukov Raffai

University of Novi Sad, Serbia
(International Methodological Conference)

Чланови организационог одбора /A szervezőbizottság tagjai /
Članovi Organizacijskoga odbora / Members of the Organizing Committee

Ottó Beke
University of Novi Sad, Serbia

Fehér Viktor
University of Novi Sad, Serbia

Eszter Gábrity
University of Novi Sad, Serbia

Beáta Grabovac
University of Novi Sad, Serbia

Szabolcs Halasi
University of Novi Sad, Serbia

Rita Horák
University of Novi Sad, Serbia

Laura Kalmár
University of Novi Sad, Serbia

Cintia Juhász Kovács
University of Novi Sad, Serbia

Zsolt Námesztovszki
University of Novi Sad, Serbia

János Samu
University of Novi Sad, Serbia

Márta Takács
University of Novi Sad, Serbia

Judit Raffai
University of Novi Sad, Serbia

Viktória Toma Zakinszki
University of Novi Sad, Serbia

Márta Törteli Telek
University of Novi Sad, Serbia

Zsolt Vinkler
University of Novi Sad, Serbia

Attila Vinkó
University of Novi Sad, Serbia

Éva Vukov Raffai
University of Novi Sad, Serbia

Секретари конференције
Konferenciatitkár
Tajnice konferencije
Conference Secretary

Brigitta Búzás
University of Novi Sad, Serbia

Viola Nagy Kanász
University of Novi Sad, Serbia

Mónika Saláta
University of Novi Sad, Serbia

Уреднички одбор конференције
A konferencia szerkesztőbizottsága
Urednički odbor konferencije
Conference Editorial Board

Fehér Viktor
University of Novi Sad, Serbia
(International Scientific Conference)

Judit Raffai
University of Novi Sad, Serbia
(International Scientific Conference)

Eszter Gábrity
University of Novi Sad, Serbia

Viktória Toma Zakinszki
University of Novi Sad, Serbia

Laura Kalmár
University of Novi Sad, Serbia
(International Scientific Conference)

Márta Törteli Telek
University of Novi Sad, Serbia
(International methodological conference)

Cintia Juhász Kovács
University of Novi Sad, Serbia
(ICT in Education Conference)

Éva Vukov Raffai
University of Novi Sad, Serbia
(International methodological conference)

Zsolt Námesztovszki
University of Novi Sad, Serbia
(ICT in Education Conference)

Научни и програмски одбор
Tudományos programbizottság
Znanstveni i programski odbor
Scientific and Programme Committee

Председник / Elnök / Predsjednica / Chairperson

Judit Raffai
University of Novi Sad, Serbia

Чланови научног и програмског одбора
A tudományos programbizottság tagjai
Članovi znanstvenog i programskog odbora
Members of the Programme Committee

Milica Andevski
University of Novi Sad,
Serbia

Éva Borsos
University of Novi Sad,
Serbia

Katinka Hegedűs
University of Novi Sad
Serbia

László Balogh
University of Debrecen,
Hungary

Eva Dakich
La Trobe University, Melbourne,
Australia

Erika Heller
Lóránd Eötvös University,
Budapest, Hungary

Edmundas Bartkevičius
Lithuanian University, Kauno,
Lithuania

Zoltán Dévavári
University of Novi Sad,
Serbia

Rita Horák
University of Novi Sad, Serbia

Ottó Beke
University of Novi Sad
Serbia

Péter Donáth
Lóránd Eötvös University,
Budapest, Hungary

Hargita Horváth Futó
University of Novi Sad,
Serbia

Stanislav Benčíč
University of Bratislava,
Slovakia

Róbert Farkas
University of Novi Sad,
Serbia

Éva Hózsza
University of Novi Sad,
Serbia

Annamária Bene
University of Novi Sad,
Serbia

Dragana Francišковиć
University of Novi Sad,
Serbia

Szilvia Kiss
University of Kaposvár,
Hungary

Emina Berbić Kolar
Josip Juraj Strossmayer
University of Osijek,
Croatia

Olivera Gajić
University of Novi Sad,
Serbia

Anna Kolláth
University of Maribor,
Slovenia

Rózsa Bertók
University of Pécs,
Hungary

Dragana Glušac
University of Novi Sad,
Serbia

Cintia Juhász Kovács
University of Novi Sad, Serbia

Radmila Bogosavljević
University of Novi Sad,
Serbia

Noémi Görög
University of Novi Sad,
Serbia

Elvira Kovács
University of Novi Sad
Serbia

Mitja Krajncan
University of Primorska, Koper,
Slovenia

Imre Lipcsei
Szent István University, Szarvas,
Hungary

Lenke Major
University of Novi Sad
Serbia

Sanja Mandarić
University of Belgrade,
Serbia

Pirkko Martti
University of Turku, Turun
Yliopisto, Finland

Damir Matanović
Josip Juraj Strossmayer
University of Osijek,
Croatia

Éva Mikuska
University of Chichester,
United Kingdom

Vesnica Mlinarević
Josip Juraj Strossmayer University
of Osijek,
Croatia

Margit Molnár
University of Pécs,
Hungary

Ferenc Németh
University of Novi Sad,
Serbia

Siniša Opić
University of Zagreb,
Croatia

Slavica Pavlović
University of Mostar,
Bosnia and Herzegovina

Lidija Pehar
University of Sarajevo,
Bosnia and Herzegovina

Andelka Peko
Josip Juraj Strossmayer
University of Osijek,
Croatia

Valéria Pintér Krekić
University of Novi Sad,
Serbia

Ivan Poljaković
University of Zadar,
Croatia

Zoltán Poór
University of Pannonia,
Veszprém,
Hungary

Vlatko Previšić
University of Zagreb,
Croatia

Zoran Primorac
University of Mostar,
Bosnia and Herzegovina

Ivan Prskalo
University of Zagreb,
Croatia

Ildikó Pšenáková
University of Trnava,
Slovakia

Judit Raffai
University of Novi Sad,
Serbia

János Samu
University of Novi Sad,
Serbia

László Szarka
University Jan Selyeho, Komárno,
Slovakia

Zoltán Szűcs
Eszterházy Károly Catholic
University,
Hungary

Svetlana Španović
University of Novi Sad,
Serbia

Márta Takács
University of Novi Sad,
Serbia

Viktória Toma Zakinszki
University of Novi Sad
Serbia

János Tóth
University of Szeged,
Hungary

Vesna Vučinić
University of Belgrade,
Serbia

Éva Vukov Raffai
University of Novi Sad,
Serbia

Smiljana Zrilić
University of Zadar,
Croatia

Julianna Zsoldos-Marchis
Babeş-Bolyai University,
Cluj-Napoca,
Romania

Аутори носе сву одговорност за садржај радова. Надаље, изјаве и ставови изражени у радовима искључиво су ставови аутора и не морају нужно представљати мишљења и ставове Уредништва и издавача.

A kiadványban megjelenő tanulmányok tartalmáért a szerző felelős. A kiadványban megjelenő írásokban foglalt vélemények nem feltétlenül tükrözik a Kiadó vagy a Szerkesztőbizottság álláspontját.

Autori snose svu odgovornost za sadržaj radova. Nadalje, izjave i stavovi izraženi u radovima isključivo su stavovi autora i ne moraju nužno predstavljati mišljenja i stavove Uredništva i izdavača.

The authors are solely responsible for the content. Furthermore, statements and views expressed in the contributions are those of the authors and do not necessarily represent those of the Editorial Board and the publisher.

СПОНЗОРИ КОНФЕРЕНЦИЈЕ / A KONFERENCIÁK TÁMOGATÓI / ПОКРОВИТЕЛЈИ
KONFERENCIJE/ CONFERENCE SPONSORS

Megvalósult
a Magyar Kormány
támogatásával



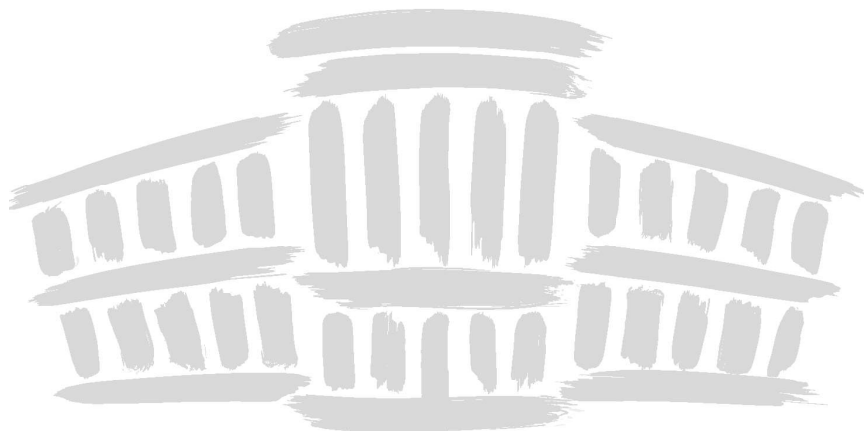
EMBERI ERŐFORRÁSOK
MINISZTERIUMA



PANNON RTV
WWW.PANNONRTV.COM

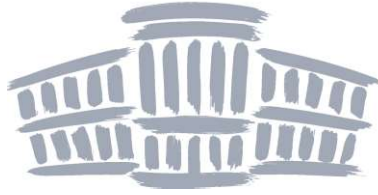


Provincial Secretariat for Higher Education and Scientific Research
Pokrajinski sekretarijat za visoko obrazovanje i naučnoistraživačku delatnost



**САДРЖАЈ
TARTALOM
SADRŽAJ
CONTENTS**

BORSOS ÉVA, HALASI SZABOLCS, NÁMESZTOVSZKI ZSOLT Hogyan változott meg a tanítók véleménye a tantermen kívüli oktatásról az elmúlt években?.....	13
GYÓRFI TAMÁS, PATOCSKAI MÁRIA, PAJROK ANDOR, TAROVÁ TÓTHOVÁ ÉVA Logikai gondolkodás összehasonlító vizsgálata pedagógus és gazdaságtudományi képzésben résztvevő hallgatók körében	21
KOVÁCS MIHÁLY, MURÁNYI ZOLTÁN Usage of escape game to the formation of elementary teacher students' environmental attitude.....	29
ÁGNES MAGYAR Digital storytelling on musical impulse.....	36
MAJOR LENKE, GRABOVAC BEÁTA, NÁMESZTOVSZKI ZSOLT, HORÁK RITA, KALMÁR LAURA Interdiszciplináris műhelymunka a környezettudatosság fejlesztésére.....	43
IVANA NIKOLIĆ, SARA RATKAJ, SNJEŽANA MRAKOVIĆ Tjelesna aktivnost i status uhranjenosti učenika primarnog obrazovanja.....	53
LEONA ROCA, MARKO BADRIĆ, ANA NIKIĆ Povezanost prehrambenih navika i tjelesne aktivnosti kod učenika primarnog obrazovanja	59
HRVOJE ŠLEZAK, TIHANA ŠKRINJARIĆ Pokus u nastavi Prirode i društva.....	71
STANKOV GORDANA, PAPP ZOLTÁN Kommunikáció a matematika nyelvén	84
ГОРДАНА СТАНКОВ, ГАБРИЕЛА ТОТ-БАБЧАЊИ Увођење појма функције и развијање математичке комуникације.....	93
TÓTH MARIANN The constructive possibilities of drama pedagogy in the light of school performance.....	99
АУТОРИ / SZERZŐK / AUTORI / AUTHORS	106



STANKOV GORDANA¹, PAPP ZOLTÁN²

¹Szabadkai Műszaki Szakfőiskola, Szabadka, Szerbia

²Újvidéki Egyetem Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar, Szabadka, Szerbia

¹sgordonka@yahoo.com; ²zoltan.papp@magister.uns.ac.rs

KOMMUNIKÁCIÓ A MATEMATIKA NYELVÉN

Összefoglaló

A kombinatorika tanításában a tanárok általában az alapfogalmak magyarázata során megadják a képleteket és a tanulók a gyakorlás folyamán ezeket a képleteket használják. Ez azonban nem feltétlenül segíti elő a tanulók kreativitását és problémamegoldó képességét, hiszen nem értik meg, hogy honnan származnak ezek a képletek, és hogyan lehet őket alkalmazni különböző helyzetekben. A szerzők a tanulmányban egy olyan tanítási módszert mutatnak be, amely ösztönzi a tanulókat, hogy saját maguk alkossák meg a képleteket, illetve saját maguk teremtsenek egy nyelvet, a matematika nyelvét. A tanulmány célja, hogy bemutassa, hogy a kombinatorika tanítása nem csupán a meglévő képletek memorizálását és alkalmazását jelenti, hanem egy olyan folyamatot, amelyben a tanulók aktívan részt vesznek a matematikai gondolkodás fejlesztésében.

Kulcsszavak: kombinatorika, kombinatorika oktatása képletek nélkül, matematika nyelve

1. Bevezető

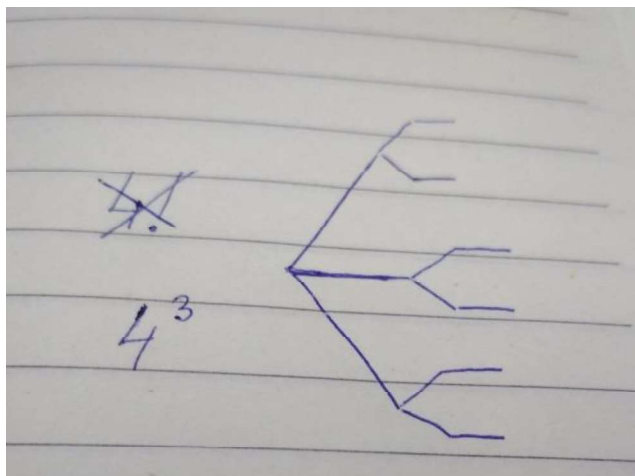
A kombinatorika, mint matematikai terület, azokat az elveket és módszereket kutatja, amelyek a számolás és a logika művészetének ötvöztetésével járnak. A hagyományos oktatási módszerek a kombinatorikát gyakran képletek és alapfogalmak közvetítésével közelítik meg. Ezen tanítási módszerek azonban gyakran nem tesznek eleget a diákok kreativitásának és problémamegoldó képességének fejlesztésének. A jelenlegi oktatási gyakorlatok során a tanárok gyakran csak a képletek és számítási módszerek ismertetésére összpontosítanak. Ez a passzív tanulási módszer nem ösztönzi a diákokat arra, hogy mélyebben megértsék, hogyan jönnek létre ezek a képletek, és hogyan alkalmazhatók valós problémákra. Egy új tanítási módszer bevezetése során a szerzők arra ösztönzik a tanulókat, hogy ne csak fogadói, hanem aktív alkotói is legyenek a matematikai nyelvnek. Ez azt jelenti, hogy a diákokat arra buzdítják, hogy ne csupán memorizálják a meglévő képleteket, hanem saját maguk is alkossák meg azokat, és teremtsenek egy saját matematikai nyelvet. A matematika nyelve nem csupán egy merev és változatlan rendszer; inkább egy élő és fejlődő nyelv, amelyen keresztül a matematikusok kifejezik gondolataikat. A tanulmány kiemeli a matematika nyelvén keresztüli kommunikáció fontosságát, és azt javasolja, hogy a diákok ne csak fogadják el ezt a nyelvet, hanem aktivitásukkal hozzájáruljanak annak formálásához és fejlesztéséhez. A kombinatorika tanítása nem csupán a képletek memorizálását és alkalmazását jelenti, hanem egy folyamatot, amelyben a diákok részt vesznek a matematikai gondolkodás fejlesztésében. A szerzők hangsúlyozzák, hogy ne csak az eredményeket közöljék a diákokkal, hanem arra is ösztönözzék őket, hogy magyarázzák meg, hogyan jutottak el az eredményhez. A tanulmány célja bemutatni, hogy a kombinatorika tanítása egy olyan folyamat, amelyben a diákok aktívan részt vesznek, nem csupán, mint passzív befogadók, hanem mint aktív alkotók. Az új megközelítés célja, hogy ösztönözze a diákokat a matematikai gondolkodás terén, és elősegítse a kreativitásuk kibontakozását a saját matematikai nyelvükön keresztül.

1.1. Probléma felvetése

A másodéves tanítóképzős hallgató a következő kollokviumi feladatot kapták 2022. év őszén:

Hány hárombetűs értelmes vagy értelmetlen szót lehet megalkotni, ha használhatjuk a következő betűket: a, b, c, d?

Az egyik hallgató a következő megoldást írta le:



1. ábra: A helytelen megoldás

A négyelemű harmadrendű ismétléses variációk számát a 4^3 -t, egy javítás után (áthúzta a $4!$ -t és ez utalhat arra, hogy először ismétlés nélküli permutációkban gondolkodott) a hallgató jól határozta meg. Az nem volt furcsa, hogy a megoldás mellett egy fa séma volt megrajzolva, hiszen az órákon is ilyeneket rajzoltak, mert segítenek az ismétlés nélküli permutációk és a variáció számának meghatározásában. Csak itt az volt az érdekes, hogy a megrajzolt séma segít a háromelemű ismétlés nélküli permutációk számának kiszámításánál és nincs semmi köze az adott feladathoz. Ez azt jelenti, hogy a hallgató nem érti a fa sémák kapcsolatát a permutációk és a variáció számával és csak azért rajzolt egyet (mégpedig azt, ami legtöbbször jelent meg az órákon), mert az órákon is ezt tette. Látva ezt a megoldást, a tanár rádöbbsent, hogy az erőfeszítései, hogy képi reprezentációk segítségével megkönnyítse a hallgatók számára a kombinatorika tanulását hiábavalók voltak. A kutatók számára most lett nyilvánvaló, hogy a fa séma használata és hasznossága, nem nyilvánvaló minden hallgató számára. Eldöntötték, hogy a következő évben, nem csak bemutatják a hallgatóknak a fa sémák használatát, hanem olyan tanulási környezetet hoznak létre, hogy lehetővé tegyék a hallgatók számára, hogy konkrét reprezentációk felhasználásával és megfelelő feladatsor kiválasztásával, a fa sémát önállóan megszerkesszék és megtanulják a használatát. Stankov disszertációjában (2008) sikeresen használt hasonló módszert a grafikus séma használattal kapcsolatosan az algebrai kifejezések struktúrájának tanításában.

2. Elméleti háttér

2.1. A matematika nyelve

A matematika egy sajátos, absztrakt nyelvet képez. Ezen állítások relevanciáját adja egyfelől az, hogy a természetes nyelvekhez hasonlóan a matematika is rendelkezik egy alapvető jelkészlettel, amely az alapfogalmakat, a matematikai nyelv szókészletét jelöli; másfelől, hogy adva van egy szabályrendszere is, amely a jelek egymás közti viszonyát, kombinálhatóságát, a matematikai szintek és műveletek „grammatikáját” határozza meg. Sőt még egy metanyelvi apparátusról is szólhatunk, amely a kódrendszer és a szabályok értelmezését, a matematikai nyelv leírását teszi lehetővé (Pásztor, 2014: 121). Arcavi tanulmányában (2001) azt állítja, hogy a matematika diákjainak legalább három matematikai nyelvet kell kezelniük: a retorikai, a szimbolikus és a grafikus nyelvet. Mindegyiknek sajátos jellemzői vannak, és különböző módon használhatók az értelmezés támogatására vagy éppenséggel ellehetetlenítésére.

2.2 Konstruktivizmus

A konstruktivizmus egy tanulási elmélet, mely azt állítja, hogy a tanuló a tudásnak nem egy passzív befogadója, hanem ellenkezőleg a tanuló a saját tudását aktívan megépíti (megkonstruálja). A tanulás elméletei között a konstruktivizmus kiemelt helyet foglal el. Ennek az elméletnek megfelelően a diákok aktívan részt vesznek a tanulási folyamatban. A tudásukat saját módszereikkel építik fel, nem másoktól kapják meg. Ahogyan Bordner (1986) hangsúlyozza: "A tudás a tanuló elméjében épül fel." Amikor a tanulók felfedezik tanulási környezetüket, a konkrét világ és a tanuló kölcsönösen befolyásolják egymást, és a tanuló sok tapasztalatot szerez. Ezen a módon a tanuló értelmet ad az új fogalmaknak, és próbálja beépíteni azokat meglévő tudásába. Néha módosítania kell a tudását, hogy alkalmazkodjon az új fogalmakhoz. Így a tanuló gazdagítja a tudását. A tanulási folyamat során a tanuló kommunikál és együttműködik más emberekkel. Ezen interakció során a tanuló olyan különböző nézőpontokkal találkozhat, amelyek befolyásolhatják a tanulási folyamatát úgy, hogy a tanuló megváltoztatja a véleményét. A tanuló irányítja és ellenőrzi saját tanulási folyamatát, és ezért felelős érte (Bordner, 1986), (Naylor és Keogh, 1999), (Taber, 2011), (Sjoberg, 2010), (Iran-Nejad, 1995). A tanárok tanulási környezeteket készítenek elő a diákjaiknak annak érdekében, hogy könnyebbé tegyék a tanulást. Ösztönzik a diákok tanulási környezetük felfedezését, elősegítik egymás közötti beszélgetéseket, és bátorítják a diákokat, hogy tegyenek fel kérdéseket a tanár és a többi diák felé. Ez a folyamat ösztönzi a diákokat, hogy elmagyarazzák gondolataikat és tapasztalataikat, ami segítheti őket abban, hogy rájöjjenek, vannak néhány ellentmondások a tudásukban (Tobin és Tippins, 1993), (Brooks és Brooks, 1993) és (Dogru és Kalender, 2007). Ahogyan Good és Brophy tanulmányukban (1994) hangsúlyozzák, a legmagasabb minőségű társadalmi interakció a kis csoportokban történő tanulás során keletkezik. Emiatt a kis csoportokban való tanulás, a konstruktivizmus alapja lesz az új tanulási megközelítések kialakulásának, a kollaboratív és kooperatív tanulásnak.

2.3 Reprézntációk

Valamit egy dolog vagy fogalom reprezentációjának nevezünk, amikor az egy más dolog vagy fogalom ábrázolására szolgál – hangsúlyozza Duval (2006). Szerinte, „... a reprezentációk lehetnek jelek és azok összetett kapcsolatai, amelyek szabályok szerint keletkeznek, és lehetővé teszik egy rendszer, folyamat vagy jelenségegyüttes leírását” (Duval, 2006: 104). A reprezentáció valós tárgyakkól, papírra vetett dolgokból vagy egy egyéni elméjében lévő ötletekből épülhet fel (Janvier, 1987). A reprezentációk létrehozásának helyétől függően két fő típus különböztethető meg: külső és belső. A külső reprezentációk emberek környezetében keletkeztek és léteznek. A belsők, mint mentális ábrázolások, az egyén tudásának részeként kerülnek kialakításra és tárolásra (Zhang, 1997). Zhang (1997) továbbá azt állítja, hogy a külső reprezentációk memóriába rögzítésével azok belső reprezentációvá alakíthatók, és fordítva: a belső reprezentáció külső reprezentációvá alakítható. Gyakran előfordul, hogy a belső reprezentáció nem azonos a külsővel (Hacıomeroglu, Aspinwall és Presmeg, 2010). Bruner tanulmánya (1966) szerint a tudás belső reprezentációinak három típusa van: konkrét, ikonikus és szimbolikus. A konkrét reprezentációk tárgyak felhasználásával, az ikonikusak képek és ábrák felhasználásával, a szimbolikus reprezentációk pedig akkor alakulnak ki, amikor a tanuló szimbólumokat használ. Bruner (1996) javasolja, hogy a tanulás első szakaszában a diákoknak konkrét tárgyakat kellene használniuk, és csak ezután képeket, ábrákat és szimbólumokat. Miura (2001) hangsúlyozza, hogy két típusú reprezentáció létezik: oktatási reprezentáció és kognitív reprezentáció. Az oktatási reprezentációkat a tanárok használják a diákok tanulásának megkönnyítése érdekében. Másrészt a kognitív reprezentációkat a diákok maguk építik fel, miközben matematikai fogalmakat tanulnak vagy problémákat oldanak meg. Palmer (1978) szerint az ábrázolt világban lévő objektumok közötti kapcsolatokat a reprezentált világban megfelelő objektumok közötti kapcsolatok jelentik. Samsuddin és Retnawati tanulmánya (2018) szerint a „reprezentáció hidat képez az absztrakt matematikai fogalom és a mindennapi élet összefüggése között”. Az egyik reprezentációról a másikra való áttérés kulcsfontosságú a matematika tanulásában Duval (2006) szerint. A különböző reprezentációk különböző jellemzőket hangsúlyoznak a reprezentált dologban. Mivel a reprezentációkat kommunikációban és gondolkodásban használják, a diákoknak meg kell tanulniuk, hogyan készítsék el és értelmezzék azokat (Greeno és Hall, 1997). Mainali (2019) szerint a diákoknak ismerniük kell a különböző reprezentációk különböző módjait, mert néhány problémát könnyebben meg lehet oldani a

megfelelő reprezentációk használatával. Több kutató is egyetért azzal, hogy a reprezentációk használata segítheti a tanulási folyamatot (Kilpatrick, Swafford és Findell, 2001), (Greeno és Hall, 1997), (Goldin és Shteingold, 2001). A kutatók felfedezéseiket dokumentálják a konkrét reprezentációk alkalmazásával kapcsolatban a felsőoktatásban a következő kutatási cikkekben (Chan és Chan, 2023), (Hunt, Nipper és Nash, 2011), (Stankov, 2014).

3. Az ismétlés nélküli permutációk tanítása

Az Újvidéki Egyetem Magyar Tannyelvű Tanítóképző Karon a Matematika 2 tárgyat az okleveles tanító szakon a hallgatók a második évfolyamon tanulják. A tárgyon belül a kombinatorikát tíz iskolaórán tanulják. A 2023/24 iskolaévben a Matematika 2 tárgyat tizenkét hallgató hallgatta. A tanár a hallgatókat három csoportba osztotta, mindegyik csoportba négy hallgató került. A kombinatorika részben a hallgatók az ismétlés nélküli permutációkat két órán keresztül tanulták. Az órákról hangfelvételek és jegyzetek készültek.

A hallgatók tanítása során a tanár különböző reprezentációkat és mind a három matematikai nyelvet használta: a retorikust (a tanár megfelelő kérdéseket tesz fel és magyarázatokat kér), a szimbolikust és grafikus, annak érdekében, hogy elősegítse a hallgatók konstruktivista tanulását.

A hallgatók következő feladatokat kapták a tanulók:

1. Hányféleképpen lehet sorba rendezni három különböző színű filctoll kupakot? Rakjanak ki minden lehetséges esetet.

2. Hányféleképpen lehet sorba rendezni három különböző színű filctoll kupakot, ha a kupakokat „lefektetve” helyezük el? Rakjanak ki minden lehetséges esetet.

Két csoport hallgatói rakták a kupakokat „lefektetve” az első feladat megoldásánál is.

Tanár: „Függ-e a sorba rendezések száma attól, hogy „állnak”, vagy „le vannak fektetve” a kupakok?”
Egyhangú válasz: „Nem függ! Mindkét esetben 6 a megoldás.”

A 2. ábrán látható, hogyan rakták ki a hallgatók a kupakokat:



2. ábra: A hallgatók megoldása

Tanár: „Lehetne-e kevesebb kupakkal megmutatni ugyanezt a 6 rendezést?”

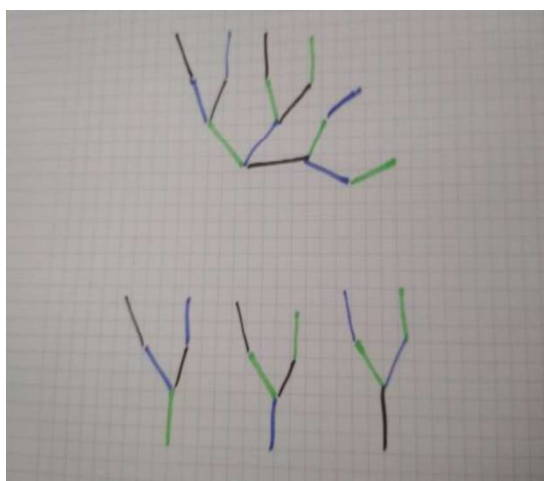
A hallgatók módosították alkotásukat és megkonstruálták a fa séma konkrét reprezentációját, mely a 3. ábrán látható:



3. ábra: *Fa szerkezet – konkrét reprezentációja a fa sémának*

Tanár: „Hogyan lehetne ezt a füzetbe lejegyezni?”

Felhasználva a filctollakat a hallgatók lerajzolták az alkotásukat és megalkották (megszerkesztették) a fa séma többszínű változatát. A hallgatók a tanár kérésére a három „ágat” összekapcsolva rajzolták meg a sémát és megkapták a cserjeszerű rajzot. A 4. ábrán látható a hallgatók által megrajzolt fa séma mindkét változata. A hallgatók megbeszélték a tanárral, hogy ezt fa sémának nevezzük, bár nincs törzse.

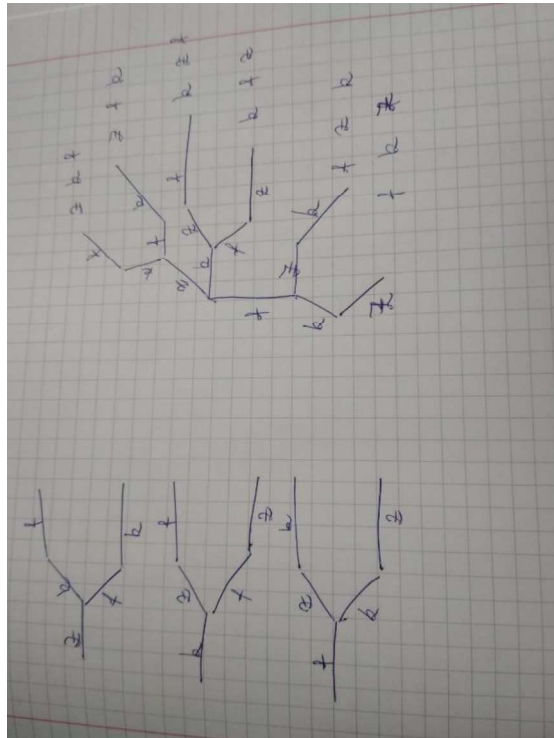


4. ábra: *A színes fa séma*

Következett az utolsó cselekvést irányító kérdés:

Tanár: „Hogyan lehetne ezt a füzetbe lejegyezni, ha csak egy színű ceruzánk van?”

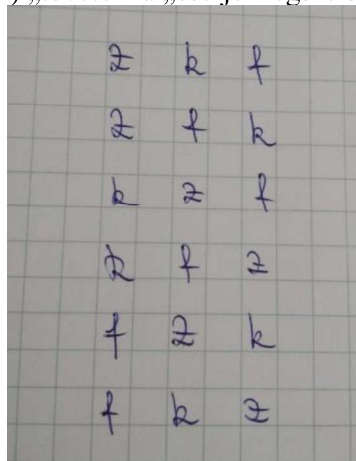
A hallgatók a színes szakaszok helyett egyszínű szakaszokat rajzoltak és a színek első betűivel jelölték őket. Így megalkották az 5. ábrán látható fa sémát,



5. ábra: Fa séma

Tanár: „Lehetne-e lejegyezni a 6 rendezést rajz nélkül, rövidebben?”

Csak a színek első betűit használva, a hallgatók a 6. ábrán látható megoldást írták le, ami a hat rendezés szimbolikus reprezentációja. A tanár azt kéri, hogy a séma ágainak végén írják le a megfelelő szimbolikus reprezentációkat, hiszen egy, egy rendezés egy, egy „útnak” (szakaszok sorozatának) felel meg. Ezek az „utak” a „cserje” („fa”) „tövéből” a „cserje” legszélső ágaikig húzódnak.



6. ábra: Rendezés szimbolikus reprezentációja

A fa sémát a hallgatók megrajzolták a táblán is, hogy könnyebben beszéljék meg a séma használatát a permutációk számának kiszámolásánál. A tanár kérdéseivel irányította a beszélgetést, illetve a tanulást. Tanár: „Hány választási lehetőségünk van az első kupak választásánál. Melyek azok és ez hol látszik a fa sémán?”

Hallgató1: „Három lehetőségünk van: zöld, kék és fekete.” A hallgató mutatja az első három szakaszt (különböző betűkkel jelölve), melyeknek közös végpontjuk van.

Tanár: „Minden ilyen választás után, a második kupakot hányféleképpen lehet választani?”

Hallgató2: „Kétféleképpen! Ha elsőnek a zöldet választottuk, akkor a második lehet kék vagy fekete. Ha elsőnek a kéket választottuk, akkor a második lehet zöld vagy fekete. Ha elsőnek a feketét választottuk, akkor a második lehet zöld vagy kék.” A Hallgató mutatja a megfelelő szakaszokat a sémában.

Tanár: „Minden alkalommal, amikor kiválasztottuk az első és a második kupakot, hányféleképpen választhatjuk a harmadik kupakot?”

Hallgató2: „Akkor már nem választhatunk, mert csak egy kupak marad!”

Tanár: „Mégis ekkor hány választási lehetőségünk van?”

Hallgató3: „Csak egy választási lehetőségünk van.”

Tanár: „Ha ezeket tudjuk, hogyan számoljuk ki a rendezések számát?”

Hallgató2: „Megszorozzuk a kettőt meg a hármat.”

Tanár: „Melyik szó utal arra, hogy szorozni kell?”

Hallgató4: „Az, hogy minden első választás után a másodikat kétféleképpen vehetjük.” Mutatja a sémán a megfelelő szakaszokat.

Tanár: „Mi van a harmadik választással? Vegyük ezt is figyelembe a rendezések számának kiválasztásánál.”

Hallgató3: „Akkor jelölhetjük, hogy eggyel meg kell szorozni a háromszor kettőt, mert mindig egy lehetőségünk maradt a választásra.

A hallgatók a táblára, a fa séma mellé, leírták a lehetséges esetek számának kiszámítását is:

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$$

Ezek után következett az analóg feladatok összeállítása. Az analóg feladatok célja az, hogy a hallgatókat ösztönözzük, hogy absztraháljanak és olyan tárgyakat (élőlényeket) is reprezentáljanak szakaszokkal, melyek alakja nem emlékeztet szakaszra. Az első feladat, még mindig vagonokról szól, melyek alakja hasonlít a kupakok alakjára, de a többi feladatban másmilyen alakú elemek jelennek meg.

1. Egy vonat elején a mozdony áll, amelyhez három vagonot csatolnak: egy utasszállítót, egy teherszállítót és egy hálókocsit. Hány különböző sorrendben kapcsolhatják a három vagon a mozdony után?

2. Három barát moziba megy. A három megvásárolt jegy egymás mellé szól az ötödik sorban, a hatodik széktől a nyolcadikig. Hányféleképpen ülhet le a három barát ezekre a székekre?

A hallgatók az első feladatnál már észrevették, hogy az előző feladat megoldása ezeknek a feladatoknak a megoldása is. Könnyen alkottak újabb feladatokat, melyeknek a megoldása ugyanez volt.

Analóg módon, de nem használva konkrét reprezentációkat, csak megfelelő sémákat a hallgatók megkapták, hogy a négyelemes ismétlés nélküli permutációk száma: 4!

Ebből már tudtak általánosítani és megkapták, hogy az n elemű ismétlés nélküli permutációk száma: $n!$

Hasonló képen lettek tanítva a variációk is.

A kollokviumon a hallgatók azt a feladatot kellett, hogy megoldják, amely megoldása a cikk elején lett bemutatva. Minden hallgató használta a fa sémát a feladat kidolgozásánál és minden megoldás helyes volt.

3. Konklúzió

Gyakran előfordul, hogy a tanárok nincsenek tisztában azzal, hogy az általuk használt reprezentációk nem mindig érthetőek a hallgatók számára, noha azok eredetileg a tanulás segítése céljából kerülnek előtérbe.

A bemutatott tanítás a konstruktivista tanulási elméletet alapján történt: a hallgatók önállóan megalkották, megkonstruálták a fa sémát és ennek köszönhetően, megértették a struktúráját és azt is, hogy hogyan reprezentálja a feladatokban megjelenő tárgyakat. A séma láthatóvá tette azt, hogy szisztematikusan hogyan érdemes kiszámolni a lehetséges esetek számát. A tanítási módszer sikere szorosan összefüggött a hallgatók előző tapasztalataival, különösen a fa séma konstrukciója során. Ez azért volt lehetséges, mert a diákok először konkrét tárgyakkal dolgoztak és próbálták meg kirakni a megoldást kupakok segítségével. Ez a megközelítés támogatja Bruner (1996) tanulmányában foglalt javaslatát, mely szerint a tanulás kezdeti szakaszában a diákoknak érdemes konkrét tárgyakkal dolgozniuk, mielőtt áttérnének a képek, ábrák és szimbólumok használatára. A konkrét reprezentációk használata „hidat” (könnyebb átmenetet) jelent az absztraktabb fa séma felé és lehetővé teszi a hallgatók számára, hogy összekössék a feladatban szereplő tárgyakat a sémában szereplő szakaszokkal.

IRODALOM

- Arcavi, A. (2009): The Languages of Mathematics. In: Subramarian, K. (szerk.): *The Episteme Reviews (Vol. 3): Research Trends In Science, Technology And Mathematics Education*. Macmillan Publishers India Ltd., New Delhi: India.
- Bordner, G.M. (1986): Constructivism the theory of knowledge. *J. Chem. Educ.*, 65, 873–878.
- Brooks, J. G. és Brooks, M. G. (1993): *In search of understanding: the case for constructivist classrooms*. Alexandria, USA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Bruner, J. S. (1966): *Toward a theory of instruction*. Cambridge, Massachusetts: Belkapp Press.
- Chan, J.W.Y. és Chan, W.W.L. (2023): Examining the learning effects of concrete and abstract materials among university students using a two-dimensional approach. *Br J Educ Psychol.*, 93. 4. 1053–1071.
- Dogru, M. és Kalender, S. (2007): Applying the Subject ‘Cell’ Through Constructivist Approach during Science lessons and the Teacher’s View. *International journal of environmental & science education*, 2. 1. 3–13.
- Duval, R. A. (2006): Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educ. Stud.*, 61. 1. 103–131.
- Good, T.L. és Brophy, J.E. (1994): *Looking in Classrooms*. New York, USA: Harper Collins College Publishers.
- Greeno, J. G. és Hall, R. P. (1997): Representation: Learning with and about representation forms. *The Phi Delta Kappan*, 78. 5. 361–367.
- Haciomeroglu, E. S., Aspinwall, L. és Presmeg, N. C. (2010): Contrasting Cases of Calculus Students' Understanding of Derivative Graphs. *Mathematical Thinking and Learning*, 12, 152–176.
- Hunt, A. W., Nipper, K. L és Nash, L. E. (2011): Virtual vs. Concrete Manipulatives in Mathematics Teacher Education: Is One Type More Effective Than the Other? *Current Issues in Middle Level Education*. 16. 2. 1–6.
- Iran-Nejad, A. (1995): Constructivism as substitute for memorization in learning: meaning is created by learner. *Education*, 116, 16–32.
- Janvier, C. (1987): *Representation and Understanding: The Notion of Function as an Example*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. és Findell, B. (2001, szerk.): *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Mainali, B. (2019). Investigating the relationships between preferences, gender, task difficulty, and high school students’ geometry performance. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 5. 1. 224–236.
- Miura, I. T. (2001): The influence of language on mathematical representation. In Cuoco A. A. és Curcio F. R. (szerk.): *The roles of representation in school mathematics*. Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics, 53–62.
- Naylor, S. és Keogh, B. (1999): Constructivism in classroom: Theory into practice. *J. Sci. Teacher Educ.*, 10, 93–106.
- Palmer, S. E. (1978): Fundamental aspects of cognitive representation. In Rosch, E. és Lloyd, B. B. (szerk.): *Cognition and Categorization*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 259–303.
- Pásztor, K. M. (2014): A nyelvészet matematikája. *Létünk*, 44.4. 118–126.
- Samsuddin, A.F. és Retnawati, H. (2018): Mathematical representation: the roles, challenges and implication on instruction. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 1–8.
- Sjoberg, S. (2010): Constructivism and learning. In Baker, E., McGaw, B. és Peterson, P., (szerk.): *International encyclopedia of education*. Elsevier: Oxford, UK, 485–495.
- Stankov, G. (2008): Konkrét és képi reprezentációk használata a hetedik osztályos algebratanításban. PhD értekezés. Debreceni Egyetem. Természettudományi Doktori Tanács. Matematika és Természettudományok Doktori Iskola.
- Stankov, G. (2014): Játssza tanuljuk a lineáris egyenletek megoldását mérlegelvvel. In Szitányi, J. (szerk.): *Tanulmányok Szendrei Julianna emlékére*. ELTE, Budapest.
- Taber, K.S. (2011): Constructivism as educational theory: contingency in learning, and optimality guided instruction. In Hassaskhan J., (szerk.): *Educational theory*. Nova Science Publishers: Hauppauge, New York, USA, 39–61.

- Tobin K. és Tippins, D. (1993): Constructivism as a Referent for Teaching and Learning. In Tobin K. (szerk.): *The Practice of Constructivism in Science Education*. Lawrence Erlbaum Associates: Hillsdale, New Jersey, USA, 3–22.
- Zhang, J. (1997): The nature of external representations in problem solving. *Cogn. Sci.*, 21. 2. 179–217.

COMMUNICATION IN THE LANGUAGE OF MATHEMATICS

Abstract

In teaching combinatorics, teachers usually give the formulas during the explanation of the basic concepts and the students use these formulas during the practice. However, this does not necessarily promote the creativity and problem-solving ability of the students, as they do not understand where these formulas come from and how they can be applied in different situations. The authors of the study present a teaching method that encourages students to create their own formulas and create their own language, the language of mathematics. The aim of the study is to show that teaching combinatorics is not just memorizing and applying existing formulas, but a process in which students actively participate in developing mathematical thinking.

Keywords: *combinatorics, teaching combinatorics without formulas, language of mathematics*

AУТОРИ / SZERZŐK / AUTORI / AUTHORS

12. МЕЂУНАРОДНА МЕТОДИЧКА КОНФЕРЕНЦИЈА
12. NEMZETKÖZI MÓDSZERTANI KONFERENCIA
12. MEĐUNARODNA METODIČKA KONFERENCIJA
12TH INTERNATIONAL METHODOLOGICAL CONFERENCE

- | | | |
|--------------------|-------------------------|---|
| 1. Badrić, Marko | 10. Major Lenke | 19. Ratkaj, Sara |
| 2. Borsos Éva | 11. Mraković, Snježana | 20. Roca, Leona |
| 3. Grabovac Beáta | 12. Murányi Zoltán | 21. Škrinjarić, Tihana |
| 4. Györfi Tamás | 13. Námesztovszki Zsolt | 22. Šlezak, Hrvoje |
| 5. Halasi Szabolcs | 14. Nikić, Ana | 23. Станков, Гордана
Stankov Gordana |
| 6. Horák Rita | 15. Nikolić, Ivana | 24. Tarová Tóthová Éva |
| 7. Kalmár Laura | 16. Pajrok Andor | 25. Тот-Бабчањи, Габриела |
| 8. Kovács Mihály | 17. Papp Zoltán | 26. Tóth Mariann |
| 9. Magyar Ágnes | 18. Patocskai Mária | |

CIP - Каталогизација у публикацији
Библиотеке Матице српске, Нови Сад

37:316.454.5(082)

УЧИТЕЉСКИ факултет на мађарском наставном језику. Међународна методичка конференција (12 ; 2023 ; Суботица)

Наука и комуникација [Електронски извор] : зборник радова = Tudomány és kommunikáció : tanulmánygyűjtemény = Znanost i komunikacija : zbornik radova = Science and communication : papers of studies / 12. Међународна методичка конференција, Subotica, 9-10. новембар 2023. = 12. Nemzetközi módszertani konferencia, Szabadka, 2023. november 9–10 = 12. Međunarodna metodička konferencija, Subotica, 9–10. novembar 2023. = 12th International Methodological Conference, Subotica, November 9–10, 2023 ; [уредници Márta Törteli Telek, Éva Vukov Raffai, Viktória Toma Zakinszki]. - Суботица : Учитељски факултет на мађарском наставном језику, 2024

Начин приступа (URL): <https://magister.uns.ac.rs/publ/978-86-81960-22-6>. - Начин приступа (URL): <https://magister.uns.ac.rs/Kiadvanyaink/>. - Начин приступа (URL): <https://magister.uns.ac.rs/Публикације/>. - Насл. са насловног екрана. - Опис заснован на стању на дан 23.04.2024. - Радови на срп., мађ., хрв. и енгл. језику. - Библиографија уз сваки рад. - Резиме на енгл. језику уз сваки рад.

ISBN 978-86-81960-22-6

a) Образовање -- Зборници b) Комуникација -- Зборници

COBISS.SR-ID 143682825